LIAM PAULL
1000 0000

Examen Intra

IFT 3345

25 février 2026

Directives

— Vous avez droit à une page de notes (recto verso) écrite **à la main.**

— Calculatrice est autorisée.

— Répondez dans le cahier fourni **à l'exception de Question 1** que vous pouvez répondre sur cette feuille.

— Le pointage pour chaque question est entre parenthèses (total = 30).

— Les traductions en anglais sont en *italics.*

— Vous pouvez répondre en anglais ou en français.

— Notez clairement toutes les suppositions que vous faites.

Question 0. *Nom et matricule (1 point de bonus)*

Écrivez votre nom et votre matricule sur de cette feuille et sur votre cahier d'examen.

Question 1. *Questions à choix multiples (0,5 point chacune — total = 3 points) :*

(a) Laquelle des distributions suivantes représente la croyance a priori (*prior belief*) au temps t, $\overline{\text{bel}}(x_t)$?

(A) $p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t-1}, x_0)$
(B) $p(x_t|z_{1:t-1}, u_{1:t-1}, x_0)$
(C) $p(x_{t-1}|z_{1:t}, u_{1:t-1}, x_0)$
(D) $p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1}, x_0)$

(b) Combien de correspondances de points sont nécessaires pour estimer une matrice d'homographie planaire dans l'espace projectif 2D $\mathbb{P}^2$ (en supposant qu'ils ne sont pas colinéaires) ?

(A) 4
(B) 8
(C) 9
(D) 16

(c) Parmi les capteurs suivants, lesquels sont considérés comme « exteroceptifs » (cochez toutes les réponses applicables) ?

☒ Caméra
☒ LiDAR
☐ IMU
☒ GPS

(d) Parmi les affirmations suivantes concernant le réglage d'un contrôleur PID, lesquelles sont vraies (cochez toutes les réponses applicables) ?

- ☐ Augmenter le gain proportionnel augmente le temps de montée *rise time*
- ☒ Augmenter le gain dérivatif augmente le temps de montée *rise time*
- ☒ Augmenter le gain proportionnel diminue le temps de montée *rise time*
- ☐ Augmenter le gain dérivatif diminue le temps de montée *rise time*

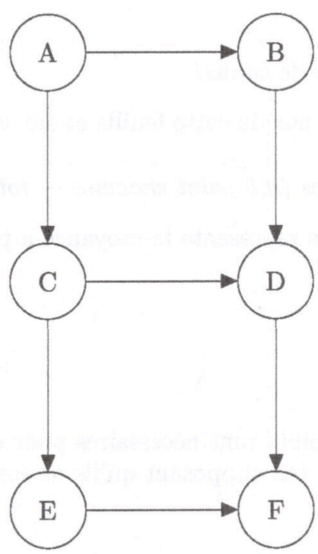
(e) Laquelle des affirmations suivantes est vraie :

(A) SARSA et Q-learning sont tous deux des algorithmes « on-policy ».
(B) SARSA est un algorithme « on-policy » et Q-learning est un algorithme « off-policy ».
(C) SARSA est un algorithme « off-policy » et Q-learning est un algorithme « on-policy ».
(D) SARSA et Q-learning sont tous deux des algorithmes « off-policy ».

(f) Lequel des éléments suivants n'est pas contenu dans une unité de mesure inertielle (IMU) standard :

(A) Accéléromètre
(B) GPS
(C) Gyroscope
(D) Magnétomètre

Question 2. *Réseau de Bayes - Bayes' network (1 point)*



Comment factoriseriez-vous la distribution conjointe des 6 variables aléatoires A-F étant donné le réseau bayésien présenté ci-dessus ?

2.

$$P(A,B,C,D,E,F) = P(A)\,P(B|A)\,p(C|A)\,p(D|C,B)\,p(E|C)\,p(F|D,E)$$

3.

$R = 0.1$

$2L = 0.2$

each tick corresponds to $\alpha = \frac{2\pi}{500}$ rads.

(a)

$$\Delta\phi_{\ell,0\to 1} = 250\alpha = \pi$$

$$\Delta\phi_{\ell,1\to 2} = 200\alpha = \frac{4\pi}{5}$$

$$\Delta\phi_{r,0\to 1} = 500\alpha = 2\pi$$

$$\Delta\phi_{r,1\to 2} = 200\alpha = \frac{4\pi}{5}.$$

(b) Calculate relative to starting pose $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\Delta X_{0\to 1} = \frac{R}{2}\begin{bmatrix} 750\alpha & \cos\theta_0 \\ 750\alpha & \sin\theta_0 \\ \frac{250\alpha}{L} & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3\pi(0.1)}{2} \\ 0 \\ \pi/2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta X_{1\to 2} = \frac{R}{2}\begin{bmatrix} 400\alpha & \cos\theta_0 \\ 400\alpha & \sin\theta_0 \\ 0 & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4\pi(0.1)}{5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(c)

$$\Delta X_{0\to 1} = \begin{bmatrix} \cos \pi/2 & -\sin \pi/2 & \frac{3\pi}{20} \\ \sin \pi/2 & \cos \pi/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \frac{3\pi}{20} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

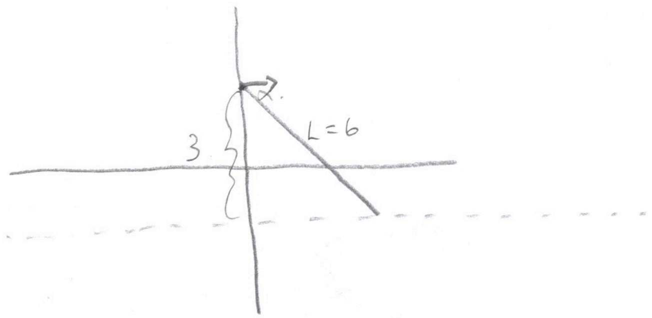
$$\Delta X_{1\to 2} = \begin{bmatrix} \cos 0 & -\sin 0 & \frac{4\pi}{50} \\ \sin 0 & \cos 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4\pi/50 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(d)

$$\Delta X_{0\to 2} = \Delta X_{0\to 1}\, \Delta X_{1\to 2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3\pi/20 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4\pi/50 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 3\pi/20 \\ 1 & 0 & 4\pi/50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4.



$\sin\alpha = -3/6 = -1/2$

$$\omega = \frac{2v\sin\alpha}{L} = \frac{(2)(1)(-1/2)}{6} = \frac{-1}{6}$$

a droite avec $\omega = -1/6$ rad/s.

5. (a)

$$M = \begin{bmatrix} \sum I_x I_x & \sum I_x I_y \\ \sum I_x I_y & \sum I_y I_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 51 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$\sum I_x I_x = 4 + 4 + 9 + 4 + 9 + 4 + 9 + 4 + 4 = 51$

$\sum I_{yy} = 1 + 1 = 2$

$\sum I_x I_y = 2 + 2 = 4$

(b) $R = \det(M) - \alpha\, tr(M)^2$

$\det(M) = 102 - 16 = 86$

$tr(M) = 51 + 2 = 53$

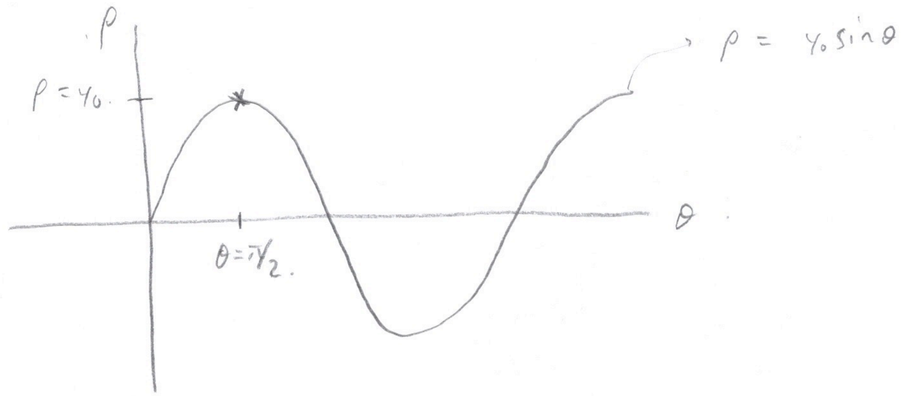
$R = 86 - 0.04\,(53)^2 \cong -26 < 0$ line!

6.

$[x, y_0]$
$\downarrow$

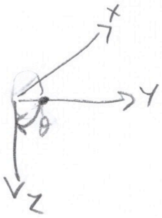
(a) $\rho = x \cos\theta + y_0 \sin\theta$.

(b)



at $\theta = \pi/2$ $x\cos\theta = 0$ $\forall x$. since y_0 is const. all curves will pass trough $(\rho^*, \theta^*) = (y_0, \pi/2)$.

7. (a)



answer should be 0,0,1

$$u = \langle 1, 0, 0 \rangle$$

$$\theta = \pi/2.$$

$$q = \cos \pi/4 + u \sin \pi/4 = \langle \tfrac{\sqrt{2}}{2}, \tfrac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0 \rangle$$

(b) $v = \langle 0, 0, 1, 0 \rangle$

$$vq^* = \hat{j}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{k}$$

$ji \to -k.$

$$qvq^* = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} + \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{k}\right)$$

$ij \to k$

$ik \to -j$

$$= \frac{1}{2}\hat{j} + \frac{1}{2}\hat{k} + \frac{1}{2}\hat{k} - \frac{1}{2}\hat{j}$$

$$= \hat{k}$$

(c) $v' = (0, 0, 1)$

8. (a)

$$V = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 4 & 5 \\ \hline \end{array}$$

(b)

↓	↓	↓
↓	↓	↓
→	→	·

(c) oui

9. $$X = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \qquad T = mr^2\ddot{\theta} = u \rightarrow \ddot{\theta} = u/mr^2$$

(a) $$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/mr^2 \end{bmatrix} u$$

(b) $$u = -kX = -k_p\theta - k_d\dot{\theta}$$

10.

(a) $$\tilde{X}_c = K^{-1}\tilde{p} \qquad \tilde{p} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 300 \\ 300 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1/400 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1/400 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 300 \\ 300 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad K^{-1} = \begin{bmatrix} 1/400 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1/400 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(b) $$n^T X_c + d = 0 \qquad n = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad d = 0.5$$

(c) $$\lambda = -\frac{d}{n^T\tilde{X}_c} = \frac{0.5}{0.25} = 2$$

$$X_c = \lambda\tilde{X}_c = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(d)

$$\tilde{X}_R = T_{c \to R} \tilde{X}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -0.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(e)

$$\tilde{X}_w = T_{R \to w} \tilde{X}_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -0.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -0.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X_w = \begin{bmatrix} 3 \\ -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$