Quiz #2 - Cinématique et Odométrie

IFT 3345

— Nom : Corrigé
— Matricule :

Question 1.

Un robot a une orientation (θ) par rapport au frame du monde (*world frame*). Un vecteur vitesse exprimé dans le frame du robot (*robot frame*) est

$$\overset{v_R}{v_b} = \begin{pmatrix} v_x & v_y \end{pmatrix}.$$

— Si ($\theta = \pi/2$) et ($v_b = (1, 0)$), quelle est la valeur de (v_w), la vitesse dans la frame du monde *world frame* ?

$$v_w = R_{wR}\, v_R \quad \text{avec} \quad R_{wR} = \begin{bmatrix} \cos \pi/2 & -\sin \pi/2 \\ \sin \pi/2 & \cos \pi/2 \end{bmatrix}$$

R par rapport au référentiel w.

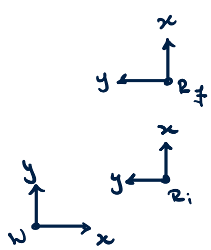
$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{v_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

Question 2.

Un robot mobile est à la pose ($\mathbf{x} = (x, y, \theta) = (2, 1, \pi/2)$) dans le frame du monde *world frame*. Pendant un court intervalle de temps, il se déplace par $u_k = (1, 0, 0)$:

— Écrire la matrice de $SE(2)$ correspondant à la pose du robot.



R_f dans le référentiel w

$$T_{wR_f} = T_{wR_i} T_{R_iR_f}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \pi/2 & -\sin \pi/2 & 2 \\ \sin \pi/2 & \cos \pi/2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 0 & -\sin 0 & 1 \\ \sin 0 & \cos 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

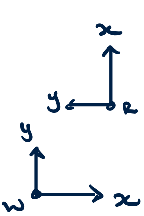
$$T_{wR_f} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

Question 3.

Un robot est situé en ($(x_r, y_r, \theta_r) = (1, 1, \pi/2)$) dans le monde.

— Quelle est la position de l'origine du frame du monde (*world frame*) dans le frame du robot *robot frame* ? On cherche w_R (w dans le réf. R)

w par rapp. au réf. R



- $$T_{Rw} = T_{wR}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \pi/2 & -\sin \pi/2 & 1 \\ \sin \pi/2 & \cos \pi/2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour les matrices de transformation

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} R^T & -R^T t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ici,

$$R^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-R^T t = -\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ou tu peux inverser à la mitaine ┐("))┌

- De plus, on sait que $w_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$. Donc,

w dans le référentiel w.

$$w_R = T_{Rw}\, w_w$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{w_R = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T}$$

$(x \quad y \quad 1)$

Question 4.

Vous recevez les données suivantes de votre encodeur :

```
---
header:
  seq: 372
  stamp:
    secs: 1618436796
    nsecs:  55785179
  frame_id: "[ROBOTNAME]/left_wheel_axis"
data: 50
resolution: 100
type: 1
---
```

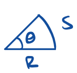
$\rightarrow$ 50 ticks

$\rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{100}$ (angle par tick)

$\phi = 50 \cdot \frac{2\pi}{100} = \pi$

Si le rayon (*radius*) de la roue est de 0.1 m, de quelle distance la roue a-t-elle avancé (en mètres) ?

Truc :
$C = 2\pi \cdot R$ ($2\pi \to \theta$)
$\Rightarrow S = \theta R$



$$S = \phi \cdot R = \pi \cdot 0.1 \simeq \boxed{0.31\,m}$$

Question 5.

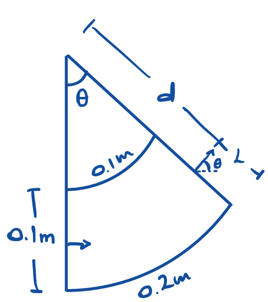
Si la roue droite de votre Duckiebot a avancé d'une distance $d_r = 0.2$m, et la roue gauche de votre Duckiebot a avancé d'une distance $d_l = 0.1$m, en supposant que le *baseline* (distance entre les roues) de votre Duckiebot est $2L = 0.1$m,

— quel est le changement d'angle de votre Duckiebot $\Delta\theta$ (en radians) ?

formule : $\Delta\theta = \frac{d_r - d_l}{2L} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{0.2 - 0.1}{0.1} = \boxed{1\,rad}$

Si tu ne t'en rappelles pas :

on cherche θ t.q.



$S = \theta \cdot R$

$$S = \theta \cdot R$$

$$\begin{cases} 0.1 = \theta(d - L) \\ 0.2 = \theta(d + L) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{0.1 + \theta L}{\theta} = d \\ \frac{0.2 - \theta L}{\theta} = d \end{cases}$$

$$d = d$$

$$\frac{0.1 + \theta L}{\cancel{\theta}} = \frac{0.2 - \theta L}{\cancel{\theta}}$$

$$2\theta L = 0.2 - 0.1$$

($0.2 \leftarrow d_r$, $0.1 \leftarrow d_l$)

$$\theta = \frac{0.1}{2L}$$

$$\theta = \frac{0.1}{0.1}$$

$\theta = 1$ rad ok